ЧЕТНЫЙ АЛГОРИТМ В ЗАДАЧЕ ВОЗБУЖДЕНИЯ E_{0j} ВОЛН В НЕРЕГУЛЯРНОМ ВОЛНОВОДЕ С КРУГОВЫМ СЕЧЕНИЕМ

Батура М. П., Кураев А. А., Попкова Т. Л., Синицын А. К.
Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники
Минск, ул. П. Бровки, 6, 220013, Беларусь
e-mail: kurayev@bsuir.by

Аннотация — Сформулирована система уравнений возбуждения волн E_{0j} в нерегулярном волноводе с круговым сечением в четной форме (первые производные амплитуд E_{0j} волн в ядре системы отсутствуют). Такая форма уравнений позволяет использовать эффективные и сходящиеся четные алгоритмы решения.

I. Введение

В предлагаемом докладе для формулировки уравнений возбуждения E_{0j} волн использован следующий подход: в преобразованной системе исключается $\vec{E}'$ и строится уравнение второго порядка относительно $\vec{H}'$. При таком подходе краевая задача для E_{0j} волн становится скалярной ($\vec{H}'$ имеет только одну компоненту $\rho H'_\varphi$), а результирующая система ОДУ относительно амплитуд нормальных волн приводится к четной форме. Приведенный в статье пример численного решения задач для E_{0j} волн иллюстрирует устойчивость численных алгоритмов для решения полученной для E_{0j} волн системы ОДУ.

II. Формулировка уравнений возбуждения

Для стационарного режима возбуждения волновода запишем искомое решение в виде

$$\begin{gathered} \vec{H} = \operatorname{Re}\sum_{m=1}^{M} \dot{\vec{H}}_m e^{jm\omega t} \\ \dot{\vec{H}}_m = \sum_{i=1}^{I} b(z)\dot{C}_{mi}^{M}\cdot\vec{\varphi}_0 J_1\left(\nu_{0i}\rho\right) \end{gathered} \qquad (1)$$

$J_0(\nu_{0i}) = 0$, $i = 1,2...$; $b(z)$ – безразмерный внутренний радиус волновода, $b(z) = b'(z)k$, $k = \omega/c$, b' - размерный радиус, $\rho = r/b$, $z = z'k$.

Уравнение для связанных амплитуд $\dot{C}_{mp}^{M}$ и $\dot{C}_{mi}^{M}$ имеет вид

$$\begin{gathered} \frac{d^2\dot{C}_{mp}^{M}}{dz^2} + \left(m^2 - \frac{\nu_{0p}^2}{b^2} + \frac{1}{b^2}\left(\frac{db}{dz}\right)^2 + \frac{2}{b}\frac{d^2b}{dz^2} - \frac{1}{b^2}\left(\frac{db}{dz}\right)\frac{I_{3pp}}{h_{pp}}\right)\dot{C}_{mp}^{M} + \\ + \sum_{i=1, i\neq p}^{I}\left\{-\frac{2}{b^2}\frac{db}{dz}\frac{I_{1ip}}{hpp}\left(\frac{db}{dz}\dot{C}_{mi}^{M} + b\frac{d\dot{C}_{mi}^{M}}{dz}\right)\right\} + \\ + \sum_{i=1, i\neq p}^{I}\left\{\dot{C}_{mi}^{M}\left[\left(\frac{3}{b^2}\left(\frac{db}{dz}\right)^2 + \frac{1}{b}\frac{d^2b}{dz^2}\right)\frac{I_{1ip}}{h_{pp}} - \frac{1}{b^2}\left(\frac{db}{dz}\right)\frac{I_{3ip}}{h_{pp}}\right]\right\} = I_{mp}(z) \end{gathered} \qquad (2)$$

где

$$h_{pp} = \frac{1}{2}J_1^2\left(\nu_{0p}\right),$$

$$I_{1pi} = \int_0^1 J_0\left(\nu_{0i}\rho\right)\cdot J_1\left(\nu_{0p}\rho\right)\nu_{0i}\rho^2 d\rho,$$

$$I_{3pi} = \int_0^1 J_1\left(\nu_{0i}\rho\right)\cdot J_1\left(\nu_{0p}\rho\right)\left(\nu_{0i}\rho\right)^2 d\rho,$$

$$\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\int_0^1\left(\frac{\partial J'_z}{\partial\rho} - \frac{\partial J_\rho}{\partial z}\right)\cdot J_1\left(\nu_{0p}\rho\right)\rho d\rho\cdot e^{-jm\omega t}d\omega t = I_{mp}(z)$$

Граничные условия к системе ОДУ (2) на регулярных согласованных концах волновода имеют стандартный вид [1].

III. Четный алгоритм расчета амплитуд $\dot{C}_{mp}^{M}$

Четная форма уравнений возбуждения E_{0i} волн (2) открывает путь для использования четных алгоритмов пошагового решения этих уравнений, предложенных в [2] и апробированных на решении задач возбуждения H_{0i}-волн.

Воспользуемся приведенным в [2] пошаговым алгоритмом решения четного уравнения для H_{0i} волн вида

$$\frac{d^2\dot{C}}{dz^2} + Q(z)\dot{C} = \dot{f} \qquad (3)$$

в следующей форме:

$$\dot{C}_{i+2} = \frac{2\dot{C}_{i+1}}{\tau} - \frac{\dot{C}_i}{\tau^2} - \frac{\dot{C}_{i+1}}{\tau}\cdot h^2 Q_{i+1} + h^2\frac{\dot{f}_{i+1}}{\tau^2}, \qquad (4)$$

где $\tau > 1$, число, выбираемое при конкретных расчетах, причем $\tau \to 1$ при уменьшении шага интегрирования h.

На рис. 1, а приведен профиль $b(z)$ рассчитываемого волновода ($I_{mp} = 0$), на рис. 1, б – распределения $\left|\dot{C}_{1p}^{M}\right|$ при числе шагов четного алгоритма $N = 20000$. Приемлемая точность достигается уже при $N = 2000$. Рис. 2 иллюстрирует сходимость четного алгоритма при увеличении N: здесь приведены зависимости максимальной на z относительной погрешности $\delta\left|\dot{C}_{1p}^{M}\right|$ и $1/\tau_p$ от N $(p = 1,2,...)$.

IV. Заключение

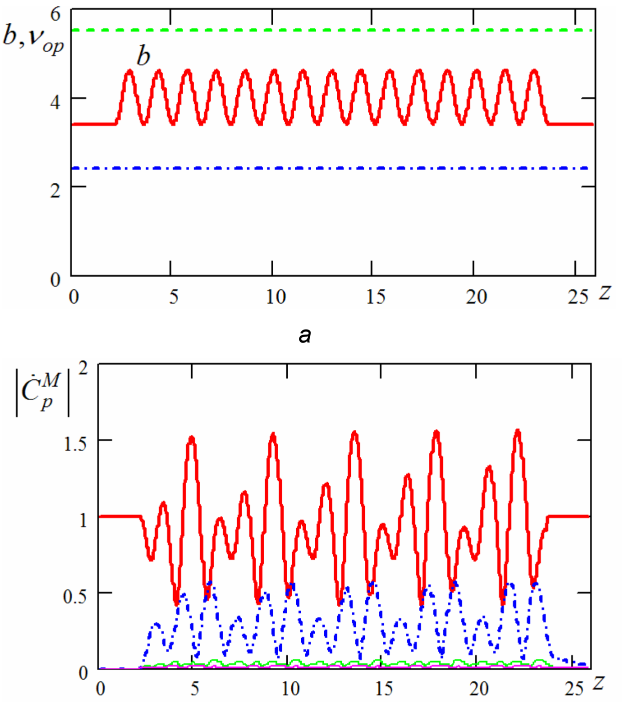
Приведенные в статье результаты свидетельствуют о целесообразности использования четной формы уравнений возбуждения E_{0j} волн в нерегулярных волноводах с круговым сечением, позволяющей применять для численного решения задачи эффективные четные алгоритмы, обеспечивающие сходимость решения в отличие от стандартных методов.

V. Список литературы

[1] *Батура М. П., Кураев А. А., Синицын А. К.* Основы теории, расчета и оптимизации современных электронных приборов СВЧ. Минск, БГУИР, 2007. – 246 с.

[2] *Кураев А. А., Попкова Т. Л., Рак А. О.* Устойчивые методы расчета нерегулярных волноводов // Техника и приборы СВЧ (Одесса), 2010, №1, с. 19-25.

2011 21st Int. Crimean Conference "Microwave & Telecommunication Technology" (CriMiCo'2011). 12-16 September, Sevastopol, Crimea, Ukraine
 CrSTC. ISBN: 978-966-335-351-7. IEEE Catalog Number: CFP11788



а

б

Рис. 1. Расчет поля E-волны с помощью четного алгоритма:

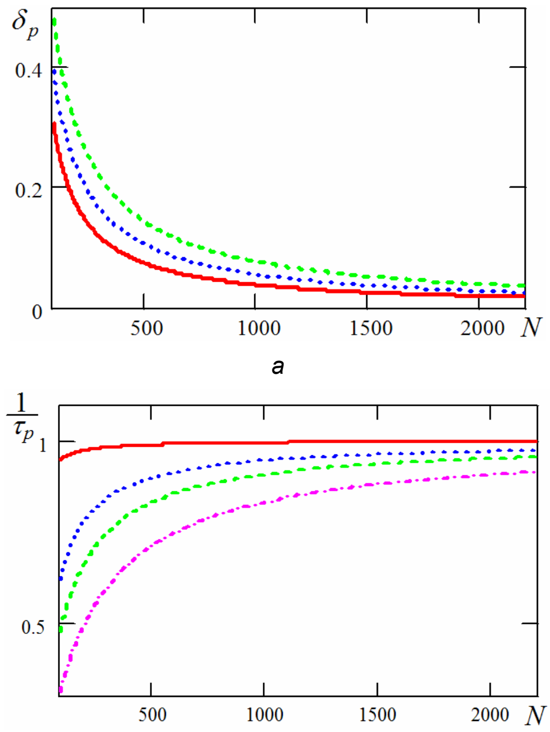
а) профиль волновода и ν_{0p}: ν_{01}; ν_{02};

б) $\left|\dot{C}_{1p}^M(z)\right|$ при $N = 20000$: $p=1$; $p=2$; $p=3$; $p=4$;

Fig. 1. Calculation of field of E-mode by even algorithm:

a) profile of waveguide and ν_{0p}: ν_{01}; ν_{02};

б) $\left|\dot{C}_{1p}^M(z)\right|$ при $N = 20000$: $p=1$; $p=2$; $p=3$; $p=4$;



а

б

Рис. 2. Сходимость четного алгоритма при увеличении N: а) $\delta_p = \delta_p(N)$; б) $\frac{1}{\tau_p}(N)$;

$p=1$; $p=2$; $p=3$; $p=4$;

Fig. 2. Convergence of even algorithm at increase of N: a) $\delta_p = \delta_p(N)$; б) $\frac{1}{\tau_p}(N)$;

$p=1$; $p=2$; $p=3$; $p=4$;

EVEN ALGORITHM FOR EXCITATION EQUATIONS OF E_{0j}-MODES IN IRREGULAR WAWEGUIDES WITH CIRCULAR SECTION

Batura M. P., Kurayev A. A., Popkova T. L., Sinitsyn A. K.
Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics
P. Brovka str., 6, Minsk, 220013, Belarus
e-mail: kurayev@bsuir.by

Abstract — The system of excitation equations of E_{0j} – modes in the irregular waveguide with circular section is formulated in the even form (the first derivatives of amplitudes of E_{0j} – modes in the core of the system are absent). This form of equations allows using of effective and convergence even algorithms for solutions. The effectiveness of suggested method is corroborated at series of examples of problem solutions for irregular waveguides with intense remarkable profiles.

© 2011: CriMiCo'2011 Organizing Committee; CrSTC. ISBN: 978-966-335-351-7. IEEE Catalog Number: CFP11788