

Б. А. Беляев, В. В. Тюрнев

### ЧАСТОТНО-ЗАВИСИМЫЕ КОЭФФИЦИЕНТЫ СВЯЗИ МИКРОПОЛОСКОВЫХ РЕЗОНАТОРОВ

На основе энергетического подхода сформулированы определения частотно-зависимых коэффициентов связи микрополосковых резонаторов (МПР). Получены формулы для коэффициентов связи  $K(\omega)$ , индуктивной связи  $K_L(\omega)$  и емкостной связи  $K_C(\omega)$  одинаковых МПР с симметричным и антисимметричным кондуктивным подключением к внешним линиям передачи. Частотно-зависимые коэффициенты связи на резонансных частотах МПР совпадают с общепринятыми коэффициентами связи. Кроме того, коэффициент связи  $K(\omega)$  обращается в нуль на частотах полюсов затухания СВЧ мощности, проходящей через резонаторы. Исследовано влияние параметров МПР на частоты полюсов затухания.

Количественно взаимодействие резонаторов обычно характеризуют частотно-независимым коэффициентом связи  $K$ . Этот коэффициент используют для описания взаимодействия резонаторов только вблизи их резонансных частот. Исследование простейшего двухзвенного фильтра на МПР показывает [1], что его амплитудно-частотная характеристика может иметь полюсы затухания на частотах как ниже, так и выше полосы пропускания. В большинстве случаев наличие полюсов затухания можно объяснить только отсутствием взаимодействия между резонаторами. Поэтому представляется естественным ввести понятие частотно-зависимого коэффициента связи резонаторов  $K(\omega)$ , который бы на резонансной частоте совпадал с обычным коэффициентом связи  $K$  и обращался в нуль на частоте полюса затухания, когда взаимодействие между резонаторами отсутствует.

---

660036 Красноярский Институт физики им. Л. В. Киренского  
СО АН СССР, тел. (391-2) 25-95-91

В настоящей работе на основе энергетического подхода сформулирован и исследован такой частотно-зависимый коэффициент связи  $K(\omega)$ . Исследование частотно-зависимых коэффициентов связи полезно как для понимания особенностей АЧХ взаимодействующих МПР, так и для решения прикладных задач. Знание способов формирования необходимой частотной зависимости коэффициентов связи позволит проектировать микрополосковые фильтры с максимально высокими характеристиками.

Приведем сначала формулы для "резонансного" коэффициента связи, используемые в работе. Исходная формула для коэффициента связи любых двух одинаковых резонаторов имеет вид [1, 2]:

$$K = (w_o - w_e) / (w_o + w_e), \quad (1)$$

где  $w_e, w_o$  - резонансные частоты четных и нечетных связанных колебаний. Формула (1) для случая микрополосковых резонаторов может быть записана в виде [1, 2]:

$$K = (K_L - K_C) / (1 - K_L K_C), \quad (2)$$

где  $K_L, K_C$  - коэффициенты индуктивной и емкостной связи МПР. В случае, когда длина области связи резонаторов  $l_c$  равна длине полосок резонаторов  $l$ , коэффициенты  $K_L$  и  $K_C$  совпадают с коэффициентами индуктивной и емкостной связи микрополосковых линий (МПЛ)  $K_L$  и  $K_C$ , определяемых формулами [3]:

$$K_L = L_{12}/L_1, \quad K_C = C_{12}/(C_1 + C_2), \quad (3)$$

где  $L_1, L_{12}$  - погонные само- и взаимноиндуктивности;  $C_1, C_{12}$  - погонные собственная и взаимная емкости связанных МПЛ. В случае произвольной длины области связи МПР  $l_c$ , коэффициенты индуктивной и емкостной связи резонаторов определяются формулами [1, 2]:

$$K_L = -K_L [(l_c/l) \cos(\pi l_c/l) - \mathcal{N} \sin(\pi l_c/l)], \quad (4)$$

$$K_C = -K_C [(l_c/l) \cos(\pi l_c/l) + \mathcal{N} \sin(\pi l_c/l)]. \quad (5)$$

Таким образом, в основу определения "резонансных" коэффициентов связи  $K$ ,  $K_L$  и  $K_C$  положены резонансные частоты четных и нечетных колебаний одинаковых связанных резонаторов  $\omega_e$  и  $\omega_o$ .

В настоящей работе в основу определения частотно-зависимых коэффициентов связи  $K(\omega)$ ,  $K_L(\omega)$ ,  $K_C(\omega)$  положен энергетический подход, который детально описан в работе [4]. Кратко его можно изложить следующим образом. Рассматриваются два одинаковых связанных параллельных МПР с симметричным или антисимметричным кондуктивным подключением к внешним линиям передачи. Предполагается, что СВЧ мощность, поступающая по внешним линиям в резонаторы, возбуждает в них такие колебания, при которых напряжения на полосках МПР в точках их кондуктивного подключения одинаковы, если кондуктивное подключение симметрично, и противоположны, если кондуктивное подключение антисимметрично. Энергия СВЧ колебаний, запасаемая в связанных МПР, записывается в виде суммы:

$$E = E_{1L} + E_{1C} + E_{2L} + E_{2C} + E_{12L} + E_{12C}, \quad (6)$$

где  $E_{1L}$ ,  $E_{1C}$  - энергии магнитного и электрического поля, запасаемые первым резонатором и пропорциональные, соответственно, квадрату тока и квадрату напряжения в первой полоске;  $E_{2L}$ ,  $E_{2C}$  - энергии магнитного и электрического поля, запасаемые вторым резонатором и пропорциональные, соответственно, квадрату тока и квадрату напряжения во второй полоске;  $E_{12L}$ ,  $E_{12C}$  - энергии магнитного и электрического поля, запасаемые совместно первым и вторым резонатором и пропорциональные, соответственно, произведению токов в первой и второй полосках и произведению напряжений в этих же полосках.

При вычислении слагаемых правой части (6) используется следующее приближение. Предполагается, что токи и напряжение распределяются по длине первой и второй полосок так, как в случае, когда энергии взаимодействия между МПР  $E_{12L}$  и  $E_{12C}$  равны нулю. Практически это означает, что при вычислении распределений токов и напряжений в полосках делается следующая замена:

$$L_{12} \rightarrow 0, \quad C_{12} \rightarrow 0, \quad C_1 \rightarrow C_1 + C_{12}, \quad L_1 \rightarrow L_1 \quad (7)$$

Частотно-зависимые коэффициенты индуктивной и емкостной связи вычисляются по формулам:

$$K_L(\omega) = 2E_{12L} / (E_{1L} + E_{2L} + E_{1C} + E_{2C}), \quad (8)$$

$$K_C(\omega) = -2E_{12C} / (E_{1L} + E_{2L} + E_{1C} + E_{2C}), \quad (9)$$

Частотно-зависимый коэффициент связи  $K(\omega)$  находится по формуле (2).

Остановимся на случае симметричного кондуктивного подключения двух одинаковых параллельных МПР к внешним линиям, при котором один резонатор зеркально отражается в другой. Формулы (8, 9) после подстановки в них выражений для энергий принимают вид:

$$K_L(\omega) = K_L [1 - (\operatorname{tg} V_1 + \operatorname{tg} V_2) / (V_1 / \cos^2 V_1 + V_2 / \cos^2 V_2)], \quad (10)$$

$$K_C(\omega) = K_C [1 + (\operatorname{tg} V_1 + \operatorname{tg} V_2) / (V_1 / \cos^2 V_1 + V_2 / \cos^2 V_2)], \quad (11)$$

где  $V_1 = k_0 l_1$ ,  $V_2 = k_0 l_2$ ,  $k_0 = \omega \sqrt{\epsilon_a} / c$ ;  $l_1$  и  $l_2$  - длины участков, на которые точка кондуктивного подключения внешней линии делит полосу МПР;

$$\epsilon_a = \frac{1}{4} \{ \sqrt{\epsilon^e} Z_e + \sqrt{\epsilon^o} Z_o \} \{ \sqrt{\epsilon^e} / Z_e + \sqrt{\epsilon^o} / Z_o \} \quad (12)$$

- усредненная диэлектрическая проницаемость, появляющаяся в результате осуществления замены (7);  $\epsilon^o$ ,  $\epsilon^e$  - относительные эффективные диэлектрические проницаемости, а  $Z_e, Z_o$  - волновые сопротивления для четных и нечетных волн в связанных МПР.

Из формул (10), (11) видно, что, когда  $V_1 + V_2 = \pi$ , коэффициент  $K_L = K_L$ , а  $K_C = K_C$ . Другими словами, на резонансной частоте формулы (10), (11) совпадают с известными формулами (4), (5) при  $l_c = 1$ . На нулевой же частоте  $K_L = 0$ , а  $K_C = 2K_C$ . Последний факт связан с тем, что в статике полоски резонаторов заряжаются однородно и взаимодействуют электрически по всей их длине, тогда как электрический ток всюду на полосках равен нулю и взаимодействие по магнитному полю полностью отсутствует.

Проведем теперь сравнение частотных зависимостей полученных коэффициентов связи МПР и коэффициента прохождения СВЧ мощности через них. Подробное исследование АЧХ двухзвенных микрополосковых секций проведено в работе [1]. В ней исследовано в том числе поведение полюсов затухания при изменении различных параметров МПР и способе их подключения к линиям передачи. Показано, что частотная зависимость распределения электрических и магнитных полей по длине полосок МПР приводит к частотной зависимости взаимодействия резонаторов. Показано также, что на частотах полюсов затухания взаимодействие между резонаторами отсутствует, так как емкостная и индуктивная связи компенсируют друг друга.

На рис. 1 представлена АЧХ секции из двух одинаковых параллельных МПР, подключенных симметрично к линиям передачи.

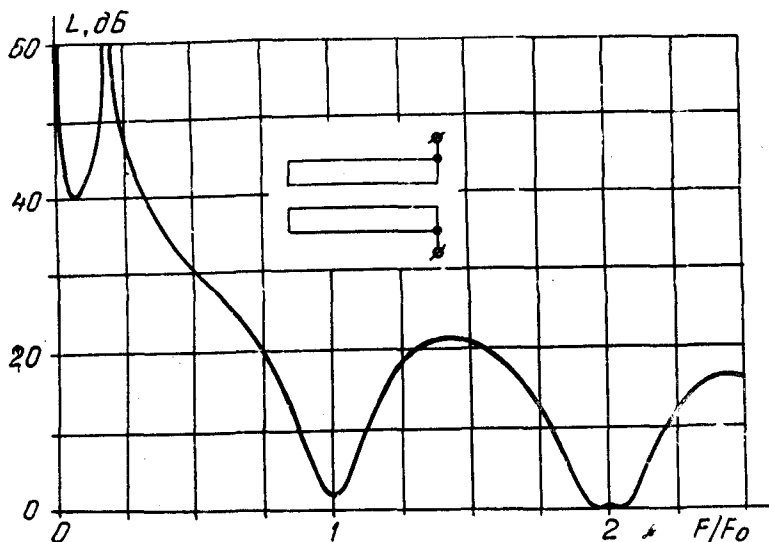


Рис. 1. АЧХ двухзвенной секции, изображенной на вставке

Рассмотрим случай, когда линии передачи подключены к концам полосок резонаторов ( $l_p = 0$  мм). При расчете использовались следующие параметры двухзвенной секции: длина полосок  $l = 13$  мм, ширина  $w = 2$  мм, величина зазора между ними  $S = 2$  мм, относительная диэлектрическая проницаемость подложки  $\epsilon_r = 80$ , толщина подложки  $h = 1$  мм, волновое сопротивление внешних линий  $Z = 50$  Ом.

Для удобства последующего сравнения все приведенные в настоящей работе АЧХ нормированы на частоту полуволнового резонанса МПР ( $F_0$ ). В данном случае резонансная частота  $F_0 = 1,56$  ГГц.

На рис. 1 видно, что на АЧХ рассматриваемой секции существует один полюс затухания, расположенный ниже резонансной частоты  $F_0$ .

На рис. 2, по формулам (2), (10), (11) для рассмотренной выше двухзвенной секции, построены частотные зависимости коэффициента связи микрополосковых резонаторов  $K(F)$ , а также коэффициентов индуктивной  $K_L(F)$  и емкостной связи  $K_C(F)$ . Видно, что с ростом частоты наблюдаются периодические увеличения и уменьшения коэффициентов емкостной и индуктивной связи. Причем максимумам индуктивной связи МПР отвечают минимумы емкостной и наоборот. Замечаем, что максимумы коэффициента связи  $K(F)$  имеют место на частотах значительно ниже резонансных. Из рисунка видно также, что на высоких частотах индуктивное взаимодействие намного превосходит емкостное. Это обусловлено высокой диэлектрической проницаемостью подложки [1, 2]. В области же низких частот, напротив, емкостное взаимодействие превалирует над индуктивным. В соответствии с формулой (2) на частоте  $F_Z$ , где пересекаются графики  $K_L(F)$  и  $K_C(F)$ , коэффициент связи  $K(F_Z)$  обращается в нуль. Частота  $F_Z$ , согласно свойствам частотно-зависимого коэффициента связи резонаторов  $K(w)$ , должна совпадать с частотой  $F_p$  полюса затухания. Видим, что, действительно, частоты полюса затухания  $F_p$  и нуля коэффициента связи  $F_Z$  совпадают с высокой точностью (не хуже 0,1 %). Это говорит о правильности как общих исходных формул (2), (8), (9), так и частных конечных формул (10), (11). В общем случае относительное различие частот  $F_p$  и  $F_Z$  по порядку не превышает величины  $K^2$ , вычисленной на резонансной частоте.



Рис. 2. Частотная зависимость коэффициентов связи

Рассмотрим теперь зависимость коэффициентов связи МПР от частоты при  $\epsilon_p = 1$ . Известно [1-3], что в этом случае связи между линиями, образующими резонаторы, уравновешены, т. е.  $K_c = K_L$ , а на АЧХ симметричной двухзвенной секции существует бесконечное число полюсов затухания, расположенных на частотах, кратных частоте  $F_0/2$ .

Зависимости коэффициентов связи, полученные для  $\epsilon_p = 1$ , принципиально не отличаются от соответствующих зависимостей, полученных для  $\epsilon_p = 80$  (см. рис. 2). Более того, частотные зависимости  $K_L(F)$  для обоих случаев в точности совпадают. Последнее связано с тем, что индуктивное взаимодействие резонаторов не зависит от диэлектрической проницаемости подложки. Уменьшение  $\epsilon_p$  приводит к значительному возрастанию емкостной связи между МПР. При этом равенство коэффициентов связи  $K_L(F)$  и  $K_C(F)$  имеет место только на частотах кратных частоте  $F_0/2$ , т. е. там, где наблюдаются полюсы затухания. На этих частотах коэффициент связи  $K(F) = 0$ .

Исследование АЧХ двухзвенных секций на МПР с симметричным кондуктивным подключением к внешним линиям показывает, что увеличение диэлектрической проницаемости подложки, начиная с  $\epsilon_p = 1$ , приводит к монотонному понижению частоты первого полюса затухания, а также попарному сближению и посте-

пенному уничтожению всех последующих полюсов. Поведение частот  $F_z$ , на которых коэффициент связи  $K(F)$  принимает нулевые значения, полностью согласуется с поведением частот полюсов затухания  $F_p$  на АЧХ секции. Отметим, что минимальное значение  $\epsilon_r$ , при котором на АЧХ секции остается лишь один первый полюс затухания, определяется шириной полосок резонаторов и толщиной подложки. Для выбранной выше геометрии полосок уже при  $\epsilon_r = 1,45$  первый полюс затухания становится единственным.

Отдаление точки кондуктивного подключения от конца полоски, т. е. увеличение  $\epsilon_f$ , существенно влияет на частотную зависимость коэффициентов связи. В частности, изменяет положения максимумов и минимумов коэффициентов связи и соотношения между ними. Однако на резонансных частотах величины всех коэффициентов связи, как и следовало ожидать, остаются неизменными.

Остановимся теперь на рассмотрении случая антисимметричного кондуктивного подключения двух одинаковых параллельных МПР к внешним линиям передачи, при котором полоска одного резонатора совмещается с полоской другого резонатора операцией инверсии. Такая симметрия допускает возможность полоскам быть смещенными одна относительно другой на произвольное расстояние  $\epsilon_s$  в направлении их длины. В результате чего резонаторы имеют длину области связи  $\epsilon_c = l - \epsilon_s$ .

Формулы для частотно-зависимых коэффициентов индуктивной и емкостной связи, получающиеся из общих выражения (8) и (9) для случая антисимметричного кондуктивного подключения МПР, мы не приводим из-за их громоздкости. Они содержатся в работе [4].

Проведем сравнение АЧХ двухзвенной секции с полученными частотными зависимостями коэффициентов связи. На рис. 3 показана АЧХ секции, подключенной антисимметрично за концы полосок ( $\epsilon_f = 0$ ) к 50-омным линиям передачи. При расчете использовались следующие параметры:  $w = 2$  мм,  $S = 2$  мм,  $l = 13$  мм,  $h = 1$  мм,  $\epsilon_r = 80$ . При этом первая резонансная частота  $F_0 = 1,56$  ГГц. На АЧХ рассмотренной секции наблюдается бесконечное число полюсов затухания, расположенных между полосами пропускания [1]. На рис. 4 для этой же секции представлены частотные зависимости коэффициентов связи  $K_z(F)$ ,  $K_c(F)$  и  $K(F)$ . Видно, что частоты наблюдаемых полюсов затухания соответствуют частотам нулей коэффициента связи  $K(F)$ , которые в свою очередь совпадают с точками пересечения частотных зависимостей  $K_z(F)$  и  $K_c(F)$ .



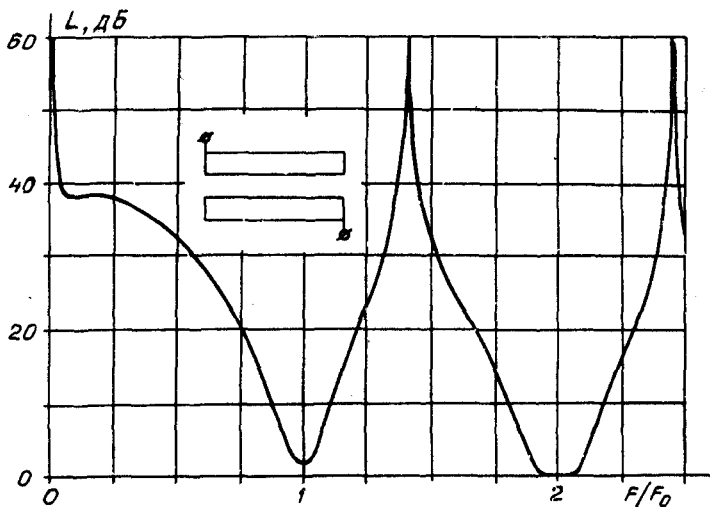


Рис. 3. АЧХ двухзвенной секции, изображенной на вставке

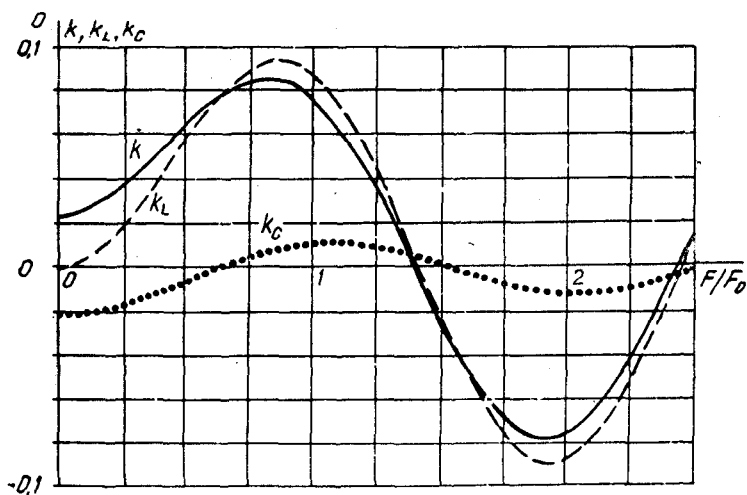


Рис. 4. Частотная зависимость коэффициентов связи

Общий случай, когда резонаторы с антисимметричным кондуктивным подключением еще и смещены один относительно другого, наиболее интересен при конструировании частотно-селективных устройств. В частности, в работе [1] было показано, что для определенных значений  $l_1$  выбором длины области связи резонаторов  $l_c$  можно получить АЧХ двухзвенного фильтра с двумя полосами затухания справа от полосы пропускания и двумя полосами затухания слева от полосы пропускания. Во всех случаях между крутизной склонов АЧХ фильтра и положением максимума  $K(F)$  наблюдается корреляция. Она заключается в том, что, если максимум коэффициента связи располагается ниже резонансной частоты МПР, то низкочастотный склон АЧХ более пологий, чем высокочастотный и наоборот.

Естественно предположить, что для каждой микрополосковой секции существует такая длина области связи резонаторов, при которой максимум коэффициента связи наблюдается на резонансной частоте МПР. При этом, очевидно, АЧХ секции должна быть симметричной. Для проверки сделанного вывода была исследована микрополосковая секция на подложке из поликора. Исходная секция имела следующие параметры:  $\epsilon_r = 9,6$ ,  $h = 1$  мм,  $w = 2$  мм,  $S = 1$  мм,  $l = 56,8$  мм. Длина области связи резонаторов составляла  $l_c = 28,4$  мм, т. е. была выбрана равной половине длины полоски как в случае широкоизвестных фильтров на параллельно связанных МПР. Внешние линии с волновым сопротивлением  $Z = 50$  Ом подключались к полоскам МПР на расстоянии  $l_1 = 35,6$  мм от их концов. На рис. 5 точками показана АЧХ этой секции. Центральная частота полосы пропускания фильтра  $F_0 = 1$  ГГц, а относительная ширина полосы пропускания по уровню 3 дБ составляет  $\Delta F/F_0 = 10$  %. На рис. 6 также точками показана частотная зависимость коэффициента связи для рассмотренного фильтра. Видно, что максимум  $K(F)$  находится на частоте ниже резонансной частоты МПР и, соответственно, низкочастотный склон фильтра более пологий.

Затем путем подбора величин  $l_c$ ,  $S$  и  $l_1$  была оптимизирована частотная зависимость коэффициента связи. Она изображена сплошной линией на рис. 6. Эта зависимость имеет максимум на резонансной частоте. Видно, что величина этого максимума совпадает с величиной коэффициента связи на резонансной частоте исходной модели. АЧХ оптимизированной секции

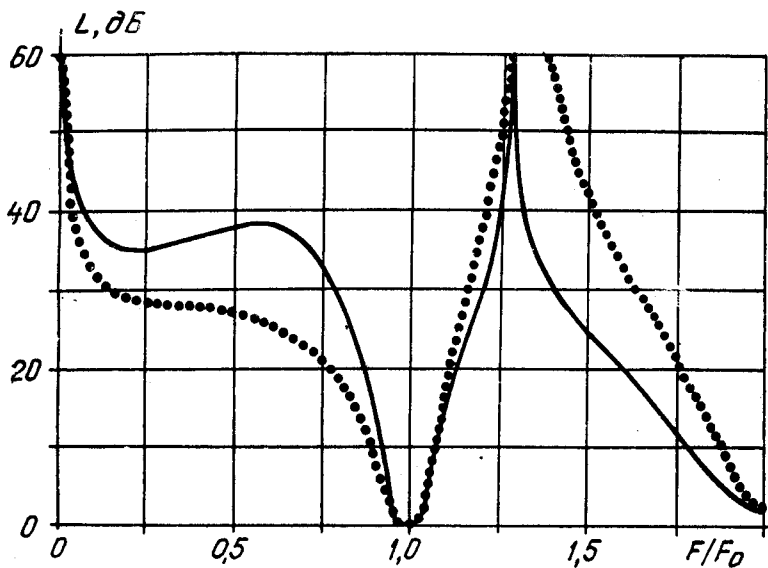


Рис. 5. АЧХ двухзвенного фильтра.  
Сплошная линия - длина области связи оптимальна, пунктирная - равна половине длины полоски

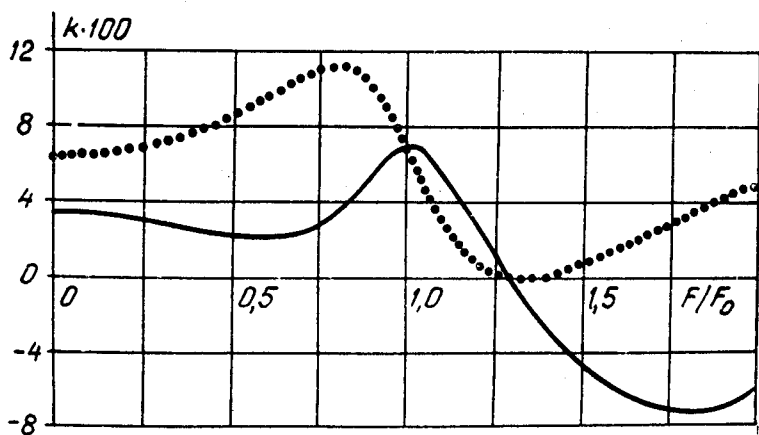


Рис. 6. Частотная зависимость коэффициента связи

изображена на рис. 5 также сплошной линией. Видно, что она не только симметрична относительно центральной частоты полосы пропускания вплоть до уровня  $L = 30$  дБ, но и имеет более высокую прямоуглольность. Относительная полоса пропускания по уровню 3 дБ оптимизированного фильтра, благодаря правильно подобранным параметрам осталась прежней  $\Delta F/F_0 = 10\%$ . Подобранные параметры оптимизированной секции имели следующие значения:  $l_c = 46,8$  нм,  $S = 2$  нм,  $l_p = 22$  нм.

**Заключение.** Полученные в работе частотно-зависимые коэффициенты связи МПР чрезвычайно полезны при конструировании частотно-селективных устройств. Они позволяют правильно выбрать величину смещения МПР и способ их подключения к внешним линиям, чтобы получить необходимую АЧХ. Например, они позволяют реализовать фильтры, у которых более крутым является либо низкочастотный, либо высокочастотный склон АЧХ, а также фильтр с симметричной АЧХ. При этом максимум коэффициента связи МПР будет находиться, соответственно, ниже, выше или на резонансной частоте.

Кроме того, полученные частотно-зависимые коэффициенты наглядно подтверждают вывод, сделанный в работе [1], о том, что полюс затухания на АЧХ секции является следствием борьбы индуктивной и емкостной связи между резонаторами. На частотах полюсов затухания коэффициенты связи резонаторов обращаются в нуль в результате взаимной компенсации равных по величине коэффициентов индуктивной и емкостной связи.

#### Список литературы

1. Беляев Б. А., Тюрнев В. В. Двухзвенный микрополосковый СВЧ фильтр. Ч. 1. - Красноярск, 1990. - 60 с. - (Препринт N 652 ф / АН СССР. ИФ СО).
2. Тюрнев В. В., Беляев Б. А. Взаимодействие параллельных микрополосковых резонаторов // Электронная техника. Электроника СВЧ. - 1990. - Вып. 4(428). - С. 25-30.
3. Аристархов Г. М., Вершинин Ю. П. Особенности фильтров на микрополосковых линиях с неравными электромагнитными связями // Электронная техника. Микроэлектронные устройства. - 1980. - Вып. 3(21). - С. 20-24.
4. Беляев Б. А., Тюрнев В. В. Исследование частотных зависимостей коэффициентов связи микрополосковых резонаторов. - Красноярск, 1991. - 42 с. - (Препринт N 695 ф/АН СССР. ИФ СО).